

## 桁落ちの問題

2007年5月16日

計算機を用いた数値計算では様々な誤差が生じる。本文ではそれら計算誤差のうち、桁落ちの問題について述べる。

差が非常に小さい数同士の減算  $a - b = c$  (ただし,  $a \doteq b$ ) について考える。例として  $a = \sqrt{5001} \doteq 70.7177488329486$ ,  $b = \sqrt{5000} \doteq 70.7106781186548$  とする。このとき  $c$  は,

$$\begin{aligned}c &= a - b \\&= \sqrt{5001} - \sqrt{5000} \\&\doteq 70.7177488329486 - 70.7106781186548 \\&\doteq 0.0070707142938\end{aligned}$$

となる。  $a, b$  の有効桁数が 15 であったのに、減算の結果  $c$  の有効桁数は 11 となってしまう。これを解決するには次の手法が有効である。

$$\begin{aligned}c &= a - b \\a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b) \\c &= (a - b) = \frac{a^2 - b^2}{a + b}\end{aligned}$$

上記の手法で先ほどの計算を行ってみる。

$$\begin{aligned}c &= \left( \sqrt{5001} - \sqrt{5000} \right) = \frac{5001 - 5000}{70.7177488329486 + 70.7106781186548} \\&\doteq \frac{1}{141.4284269516034} \\&\doteq 0.007070714293825818763283623\end{aligned}$$

計算結果の有効桁数は 25 となった。このように有効桁数を維持することが出来る。